НЕВАЛЯШКА НА ГОРКЕ

Хитрая задача: Концы массивной цепочки закреплены на потолке так, что она висит значительно провисая. Как изменится положение центра тяжести цепочки, если оттянуть вниз её середину?

Кто же в детстве не играл с куклой Неваляшкой, не пытался укладывать её спать... Но всякий раз после опрокидывания она поднималась, демонстрируя свой характер. Для малышей – волшебство! Но однажды удивление рождало вопрос: «Почему?»

Для себя я раскрыл секрет неугомонной куклы в начальной школе – выяснил, где спрятан (и закреплён) основной груз – центр тяжести. При наклоне игрушки он приподнимался над поверхностью стола, а когда её отпускали – устремлялся вниз. Груз не мог сразу остановиться и долго раскачивал игрушку из стороны в сторону. Некоторые неваляшки при этом издавали мелодичные звуки – это внутри них раскачивался и ударялся о металлические стержни маленький грузик. (Фото – в подтверждение).

Моё любопытство привело тогда к поломке игрушки, но старшие товарищи рассказали, что её корпус сделан из быстрогорящей пластмассы и при поджигании его кусочков, плотно завернутых в фольгу, получается классная дымовуха. Игра продолжилась!

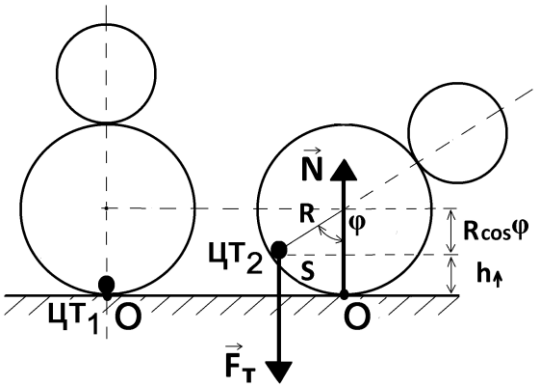
Вот только не стоило мне это проверять на перемене, да ещё в школьном классе...

Но густой белый дым давным-давно рассеялся, а школьный хулиган стал учителем...

Много лет спустя он снова принёс Неваляшку в школу на свой урок.

Школьники смотрят на неё уважительно, знают – любое тело имеет устойчивое положение в том случае, когда центр его тяжести находится ниже точки опоры. Неваляшка – особенная: точка опоры у неё – ниже центра тяжести. Устойчивость достигается с помощью круглой формы игрушки и установкой груза в нужном месте.

При попытке завалить куклу меняется как положение её центра тяжести, так и мгновенная ось вращения. Первое приводит к увеличению потенциальной энергии, а второе – к возникновению вращательных моментов сил. Не удивительно, что после этого игрушка устремляется в исходное положение устойчивого равновесия, в котором её потенциальная энергия имеет минимальное значение.



– Чем ты можешь удивить нас, красавица?

– Проверкой знаний!

Чтобы избежать скольжения игрушки по столу, учитель ставит её на резиновый коврик. Всё готово к испытанию.

Но сначала необходимо предсказать:

КАК ПОВЕДЁТ СЕБЯ НЕВАЛЯШКА, ОКАЗАВШИСЬ НА ПОЛОГОЙ ГОРКЕ?

– Ваши знания вам в помощь! А возможных вариантов с сомнительными аргументами предостаточно:

а) игрушка останется стоять вертикально – «Не зря же она зовётся НЕВАЛЯШКОЙ ☺!»;

б) встанет «нормально» (расположится под прямым углом к поверхности горки) – «По понятиям геометрии ☺!»;

в) отклонится (от нормали) к вершине горы – «К сияющей над ней Полярной звезде ☺!»;

г) отклонится (от нормали) вниз – «От безысходности ☺!».

д) ляжет «спать» (на горку) головой вверх – «Так бы поступил любой уставший человек ☺!»

е) ляжет «спать» (на горку) головой вниз – «Вопреки ожиданиям и с тайным умыслом ☺!»

Тестовая затравка срабатывает и начинается самое интересное – высказываются гипотезы, разгораются споры, каждый пытается доказать и понять. На этом этапе «не так важен результат, как путь к нему». Победа будет за коллективным разумом и логикой. А пока в дело идут динамический (через моменты сил) и энергетический (связанный с изменением потенциальной энергии) подходы – кому что нравится.

Присоединяйтесь и вы к нам...

Скорее поздно, чем рано обсуждения заканчиваются, наступает момент истины – проверочный эксперимент.

Учитель медленно (чтобы заметить и осознать последствия) приподнимает край стола, превращая его в горку...

Моменты сил преподносят сюрпризы...

...игрушка отклоняется от вертикали,

...её ось симметрии проходит нормаль,

...и продолжает свой наклон...

Эксперимент опровергает часть гипотез, остаются две...

Центр тяжести неваляшки одновременно участвует в двух движениях: поднимается вверх за счёт вращения корпуса игрушки и опускается вниз из-за скатывания с горки. Эти движения складываются, в результате чего центр тяжести попадает в небольшую «по-

тенциальную ямку», где его энергия становится минимальной, а положение устойчивым. Неваляшка отклоняется от нормали вниз, но не ложится спать!

Попытка демонстратора пальцем отклонить её в одну или другую сторону – тщетна. Игрушка не желает покидать обретённую зону комфорта.

– Вот бы своими глазами посмотреть на эту гипотетическую ямку, – возникает коллективное желание.

– Для этого надо проследить за изменением потенциальной энергии неваляшки на горке.

– Призовём на помощь математику! – поступает предложение.

Пусть центр тяжести (*ЦТ*) игрушки первоначально располагается в самой нижней точке (*O*) сферы радиуса *R* и, отклоняясь от вертикали на угол φ, закатывается вверх на высоту $h_{\uparrow}$ (см. рис. с наклоном куклы на горизонтальном столе). Тогда:

$$h_{\uparrow} = R - R \times \cos\varphi \quad (1).$$

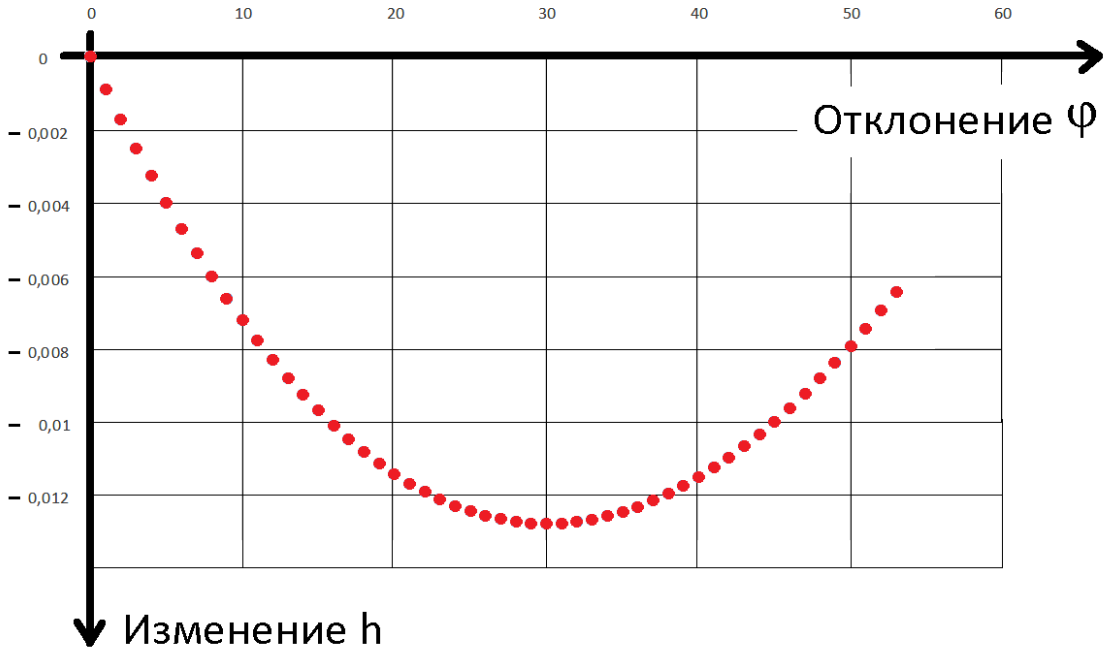
За то же время неваляшка без проскальзывания сдвигается по горке с углом наклона α вниз на расстояние $S = \varphi \times R$ и опускается на высоту $h_{\downarrow}$ (представьте рис. самостоятельно):

$$h_{\downarrow} = S \times \sin\alpha = \varphi \times R \times \sin\alpha \quad (2).$$

При вычитании из (*1*) - (*2*) получается необходимое для постройки графика уравнение зависимости общей высоты расположения ЦТ неваляшки (*h*) от угла её отклонения от вертикали (φ):

$$h = h_{\uparrow} - h_{\downarrow} = R\,(1 - \cos\varphi - \varphi \sin\alpha) \quad (3).$$

Остаётся выбрать правдоподобные константы ($\alpha = 30^{o}$ и $R = 0{,}1$м) и построить график...



– Загогулина какая-то получилась, – смотрят на неё строители (а она на них).

– Ямка! С минимальной потенциальной энергией ($E_n = mgh$) и положением устойчивого равновесия на дне.

График показывает, что минимум энергии соответствует отклонению, равному наклону горки (в нашем случае – 30º)!

– Но всегда ли так?.. Закономерность или случайность?

На лице игрушки – загадочная улыбка Моны Лизы. Для прояснения истины нужны весомые аргументы. А значит всем любознательным есть ещё над чём подумать...

Наша история заканчивается и прежде чем сказать «До свидания!», вернёмся к её, казалось бы, не связанному с рассказом, эпиграфу с провисающей цепочкой... Вы догадались, какое отношение к изменению положения ЦТ имеет героиня нашего рассказа?..

– А вы спросите у неваляшки, она подскажет – она всегда возвращается в положение устойчивого равновесия!

И напоследок, всем участникам совместных размышлений (которым известно, что энергия – есть способность тел к выполнению работы) – бонус: совет на тему бугров и ям, встречаемых на жизненном пути.

01.04.26