

СЛАДКАЯ ЗАДАЧА

– Таких не бывает.
 – Вы так думаете? И мы так считали до начала урока. Но на перемене наш учитель С.Н. за чашкой чая придумал такую для нас. И теперь исследовательские группы, войдя во вкус, соревнуются в её решении.

Перед нами поднос, а на нём: пачка сахара рафинада, динамометр и линейка. На доске напоминание для тех, кто не ведаёт о чём речь: «Решение задач по теме давление», ниже проблема:

Какой максимальной высоты пирамиду можно построить из кусочков сахара?

– А сколько в упаковке кусочков?

– Считайте.

– Три ряда в каждом 10×6 штук. Всего 180. Ребро кубика – 18мм.

– Получается... 3м 24см.

– А у меня ещё полпачки в наличии имеется, – замечает С.Н.

– Тогда 4м 86см!

– А в магазине ещё несколько десятков, – развили мысль.

– Выше потолка не построить, – выдал решение какой-то скептик.

И тут же нашлась альтернатива:

– Так выйдем на школьный двор.

– Погода плохая, лучше поставим эксперимент с имеющимся сахаром в помещении.

– Один, два, три..., – началось строительство. Чем выше, тем неустойчивее сооружение.

– Четыре, пять... От аккуратности высота зависит. – Шесть, семь... Покачивается сахарный столбик. – Восемь, девять, десять. Завалился набок. 18см. Всего-то!

– А если укладывать в ряд по четыре кубика?

– Интересная мысль. Пробуем.

– Чуть выше получилось. Но это, наверное, не предел.

– А если по 9 кусочков, 16, 25, ..?



– Тогда надо экскурсию на краснопресненский сахарорафинадный завод заказывать, – внёс ироничное предложение один из учеников, разглядывая надписи на упаковке.

– Думаешь, удастся вторую пирамиду Хеопса построить?

– Наверяд ли.

– Это почему же?

– А вы посмотрите на сахарные крошки на дне коробки. Откуда они?

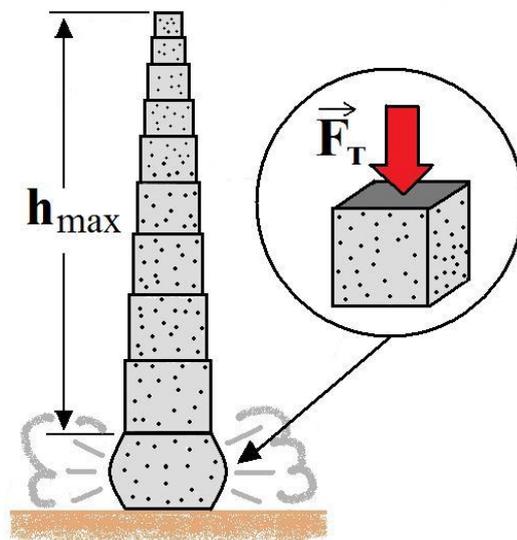
– Чего здесь непонятного, – указательный палец исследователя коснулся белого порошка, потом языка, – крошится сахар.

– Вот именно, крошится! Нижние кусочки не выдерживают нагрузки верхних. Высота пирамиды ограничена её весом.

– Попробуйте найти взаимосвязь.

И вот уже одна из исследовательских групп комментирует появляющиеся на доске формулы, делится с другими находкой, в которую сама не может поверить:

– Максимальное давление (p_{max}), которое выдерживает нижний кусочек численно равно отношению веса вышележащего груза (а он равен действующей на него силе тяжести – F_m) к его площади (S).



$$p_{max} = F_m/S = mg/S = \rho Vg/S = \rho Shg/S = \rho gh,$$

где m – масса этого груза, g – величина, равная 9,8 Н/кг, V – объём столбика, h – его высота и ρ – его плотность.

Таким образом, искомая высота:

$$h_{max} = p_{max}/\rho g.$$

И вот, что удивительно, предельная высота не зависит от площади пирамиды. Один кусочек в основании, четыре, девять, двадцать пять или более – без разницы. Будь она хоть переменного сечения. «Сахаростатический» парадокс!¹

Остались сухие пустяки: неизвестные величины определить и в полученную формулу подставить.

– Плотность сахара. Как её найти?

Рассмотрели коробку со всех сторон. «Калорийность 100г – 400ккал. Содержание углеводов в 100г продукта – 99,95г». Съели по кусочку для улучшения умственной деятельности. «Масса нетто 1000г».

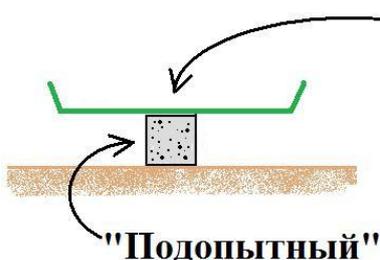
Нашли массу одного кусочка: $m_1 = 1000\text{г}/180\text{кусочков} \approx 5,6\text{г}$. А затем его плотность: $\rho = m_1/V_1 = 5,6\text{г}/(1,8\text{см})^3 = 0,96\text{г}/\text{см}^3$.

– Меньше плотности воды! Не замечали, что сахар в чае плавает? Я тоже. Помнится табличное значение для него – 1,6г/см³.

«Пустяки» пустяками не оказались. Разобрались с несоответствием. И за максимальное давление принялись.

– Как определить?

На кусочек сахара установили поднос, а на него учебники физики. Один, два, три,.. –



стопкой. Пристально наблюдают все за «самочувствием» подопытного. На какой по счёту книжке рассыплется. Свершилось – раскрошился. Вес учебников динамометром определили. На площадь сахарного кусочка разделили, и давление губительное нашли. А затем и высоту горы сахарной. Только к чему всё это? Где они сахарные горы? Зря трудились?

– А если подобным способом оценить максимальную высоту гор на Земле?



– Неужели такое возможно?

– Если предположить, что гора гранитная, а необходимую плотность и максимальное давление посмотреть в справочнике.

– Смотрим. Плотность – 2700кг/м³, давление – 1,7×10⁸Па. И за расчёты!

$H = 1,7 \times 10^8 \text{Па} / 9,8 \text{Н/кг} \cdot 2700 \text{кг/м}^3 = 6,4 \text{км}$. Кто бы мог подумать!

– По порядку величины, полученный результат совпадает с реальным: высочайшая гора Земли – Джомолунгма имеет высоту около восьми тысяч метров.

– Попробуйте дома перечислить факторы, влияющие на несоответствие полученного результата с истинным значением, – предлагает С.Н.

– А можно ли ещё что-нибудь оценить, используя наш «сахарный метод»?

– Несомненно! Записывайте задание, сладкоежки:

¹ По аналогии с гидростатическим парадоксом, давление, производимое сахарной пирамидой на опору, не зависит от формы постройки, а определяется лишь высотой сооружения, плотностью сахара и ускорением свободного падения!

Сравните расчётную и реальную максимальную высоту ледяных гор в Гренландии и каменных на Луне. Но для этого, предупреждаю, придётся покопаться в литературе.

– Тогда необходимо углеводами подкрепиться, – пошутили любители сладкого.
– Но сначала ответьте, кого из самых сильных людей планеты вы знаете? – перевёл разговор учитель.

– Геракла, из популярного телевизионного сериала... Арнольда Шварценеггера... Многократного победителя конкурса «Мистер Олимпия» Дориана Ятса.

– Негусто. А о русских силачах вы слышали?

– Об Илье Муромце, Добрыне Никитиче и Алёше Поповиче?

– О «чемпионе чемпионов» Иване Поддубном, «русском льве» Георге Гаккеншмите, «короле гирь» Петре Крылове, об Иване Заикине, носившем на плечах двадцатипятипудовый якорь, о «железном Самсоне» Александре Зассе, через тело которого проезжал тяжёлый грузовик, об Якубе Чеховском, пронёсшем по кругу манежа на одной руке шесть солдат гвардейского полка, о цирковом артисте Валентине Дикуле, удерживающем на своих плечах платформу с заезжающей на неё легковой машиной, о легендарном олимпийском чемпионе Юрии Власове, первом человеке, поднявшем над головой двухсоткилограммовую штангу, ... Всех разве перечислишь...

– Расскажите...

– Обязательно, ребята, но сейчас я хочу поговорить о другом. Как вы думаете, сможет ли ваш Шварценеггер поднять центнер?

– Сможет!

– А 300кг?

– Смотря в каком упражнении.

– Жим, стоя над головой.

– Ну, может быть, если специальную подготовку для этого пройдёт.

– А полтонны?

– Это вряд ли.

– А в будущем какой-нибудь Супершварценеггер осилит?

– Кто его знает.

– Предлагаю узнать! *Давайте оценим массу максимального груза, который способен поднять выдающийся спортсмен.*

– На «сахарные выводы» намекаете?

– На максимальную нагрузку позвоночного столба человека. Предел прочности на сжатие кости, из которой он сделан, равен $1,7 \times 10^8$ Па. С учётом запаса прочности, равного 20, и площади поперечного сечения позвоночника 3 см^2 , оценим наибольший вес груза и сравним его с данными о мировых рекордах тяжелоатлетов.

– Классно!

...

Но неуместная трель школьного звонка, возвестившая об окончании урока, прервала поиск ответа.

– На дом! –скомандовал С.Н. и раздал всем оставшимся углеводы.

Интересно и необычайно вкусно.

