

Основы теории вихрей

Автора этой статьи, безусловно, не нужно представлять читателю. Выдающийся русский ученый и инженер Н. Е. Жуковский был основателем теоретической, технической и экспериментальной аэромеханики. Н. Е. Жуковского называют отцом русской авиации. Но, наверное, не всем известно, что он был и выдающимся популяризатором науки, умевшим говорить просто о самых сложных вопросах механики.

В марте этого года исполнилось 60 лет со дня смерти ученого.

Мы предлагаем читателям «Кванта» познакомиться с лекцией Н. Е. Жуковского, посвященной по-настоящему о вихрях — одному из основных понятий гидро- и аэромеханики. Текст лекции воспроизводится с незначительными редакционными изменениями и сокращениями по книге Дж. Дж. Томсона «Электричество и материя» (Госиздат, Москва — Ленинград, 1928 г.), где она была напечатана в виде приложения *). В конце статьи приводятся краткие сведения об ученых, упоминаемых в лекции.

Механика развивалась как трудами аналитиков, так и остроумными исследованиями геометров. При этом часто бывало, что сложные аналитические формулы освещались и

представлялись в ясной наглядной форме благодаря удачным геометрическим представлениям. Такие интерпретации охватывали задачу во всей ее полноте и раскрывали многие свойства ее, не замеченные при аналитическом исследовании. Так было с решением задачи о движении твердого тела около его центра тяжести;

*) Впервые эта лекция была напечатана в 1892 г.; она включена в Собрание сочинений Н. Е. Жуковского (том VII, Гостехиздат, М.—Л., 1950, стр. 132—149).

решение сперва было получено Эйлером аналитическим путем, но оставалось затерянным среди массы формул, и только благодаря простым и наглядным интерпретациям Пуансо предстало перед глазами ученых со всей ясностью.

Какая роль выпала на долю Пуансо при разъяснении вопроса о движении твердого тела, такая же принадлежит и Гельмгольцу в разъяснении вопроса о движении жидкости.

Почти все работы Гельмгольца по механике посвящены гидромеханике. Можно сказать, что современная гидродинамика своим развитием обязана главным образом Гельмгольцу. А между тем наиболее замечательная работа ученого в этой области появилась в 1858 году*), спустя 43 года после того как формулы, заключающие в себе принцип сохранения вихрей, были найдены Коши. Но Коши рассматривал полученный им результат только с аналитической стороны и не предвидел той массы вопросов, которые могут быть решены при надлежащем геометрическом освещении выводов.

Я постараюсь теперь с возможною простотою объяснить вам установленное Гельмгольцем понятие о вихре.

Вообразим цилиндрический сосуд конечной высоты (рис. 1) с весьма боль-

шим основанием, наполненный жидкостью (или газом), и предположим, что эта жидкость движется так: центральный цилиндрический столбик ее некоторой толщины вращается, как твердое тело, около своей оси, а вся остальная масса жидкости крутится около этого столбика по кругам со скоростями, обратно пропорциональными расстоянию от оси столбика, причем эти скорости, увеличиваясь по мере приближения к центральному столбику, переходят на его поверхности в скорость столбика.

Такое движение жидкости и называется вихрем, а характеризующий его цилиндрический столбик — вихревым шнуром. Скажем, что напряжение вихря равно половине произведения скорости жидкости на поверхности вихревого шнура на периметр нормального сечения шнура.

Удвоенную величину этого произведения называют циркуляцией скорости.

Вообще циркуляция скорости по какому-нибудь замкнутому контуру внутри движущейся жидкости равна произведению длины контура на среднюю из всех скоростей точек контура по направлению касательной к контуру.

Так как в движении жидкости, изображенном на рисунке 1, скорости обратно пропорциональны радиусам, циркуляции скорости по всем горизонтальным окружностям, имеющим центр на оси столбика и охватывающим его, равны между собою и, следовательно, равны удвоенному напряжению вихря, а циркуляции скорости по контурам, состоящим из отрезков двух окружностей между отрезками двух радиусов, и лежащим вне шнура (контур *ABCD* на рисунке 2) равны нулю. Кроме этого, можно доказать, что циркуляция скорости по всякому замкнутому контуру, охватывающему шнур, равна удвоенному напряжению вихря, а циркуляция скорости по всякому замкнутому контуру, не охватывающему шнур, равна нулю.



Рис. 1

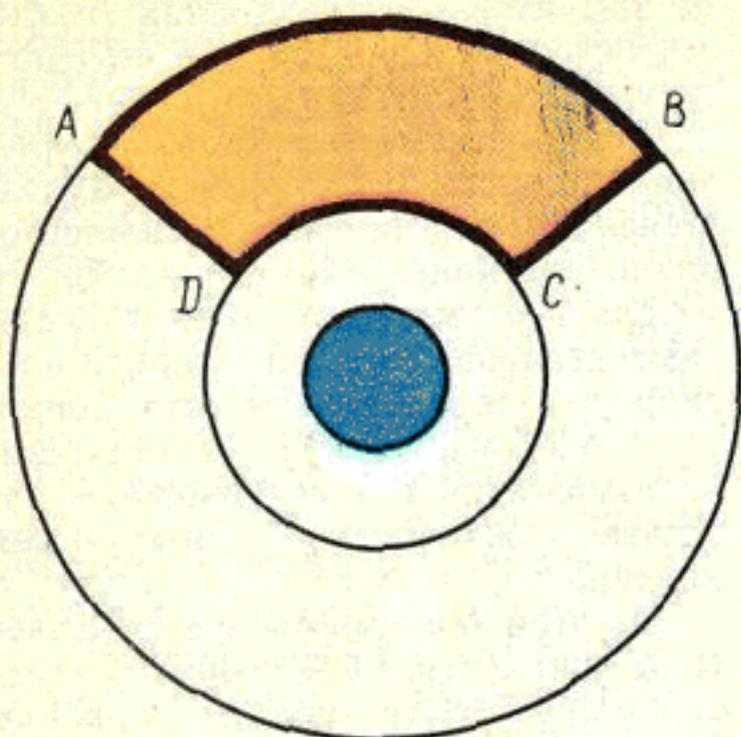


Рис. 2.

Это замечание позволяет нам разыскивать вихревой шнур в движущейся жидкости. Для этого надо провести замкнутый контур и определить для него циркуляцию. Если она не равна нулю, то сквозь контур проходит вихревой шнур. После этого надо уменьшать контур до тех пор, пока циркуляция не изменится. Уменьшая его таким образом, мы можем подойти к поверхности шнура.

Если в рассмотренном нами весьма широком сосуде имеется только один вихрь, обусловленный прямым вихревым шнуром, то шнур будет оставаться неподвижным. Но если бы в этом сосуде образовались два таких вихря, крутящихся около параллельных вихревых шнуров, то шнуры стали бы двигаться. На рисунке 3 изображены в плане два вихревых шнура с различными напряжениями, вращающиеся в одну сторону. Так как вихрь, соответствующий левому вихревому шнуру, вращает всю жидкую массу около оси шнура по часовой стрелке, правому шнуру сообщается скорость, направленная перпендикулярно радиусу вниз, а вихрь правого шнура по той же причине сообщает левому шнуру скорость, направленную вверх. Вследствие этого происходит то, что оба шнура вращаются по часовой стрелке около не-

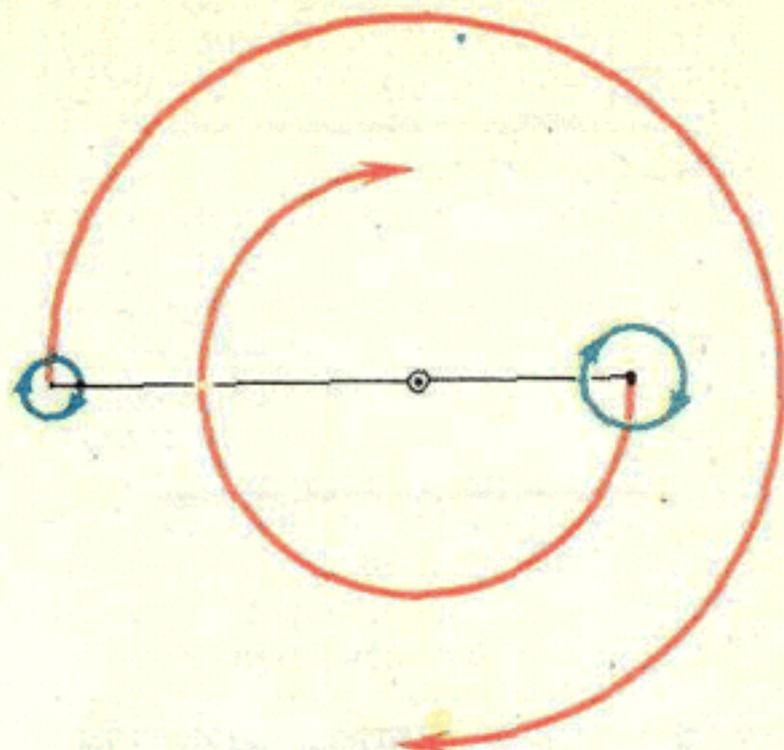


Рис 3

которой точки; эта точка получится, если в центрах двух шнуров мысленно сосредоточим массы, пропорциональные напряжению соответствующих вихрей, и отыщем центр тяжести этих двух масс.

Если бы вихри крутились в различные стороны, то вихревые шнуры (рис. 4) стали бы вращаться около центра, лежащего со стороны шнура большего напряжения, а вращение совершалось бы в сторону движения вихря большего напряжения. Если бы при этом оба напряжения были

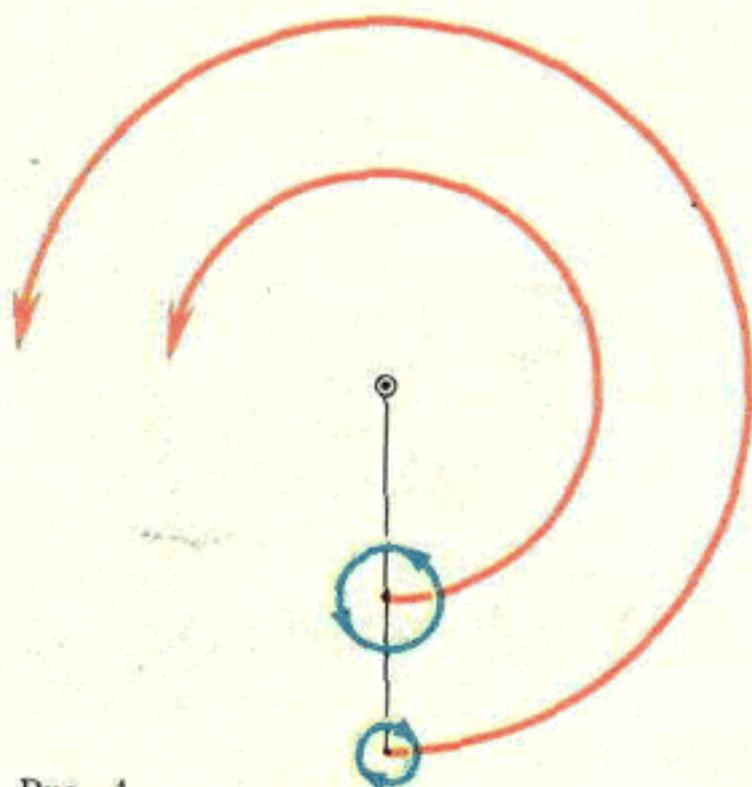


Рис 4

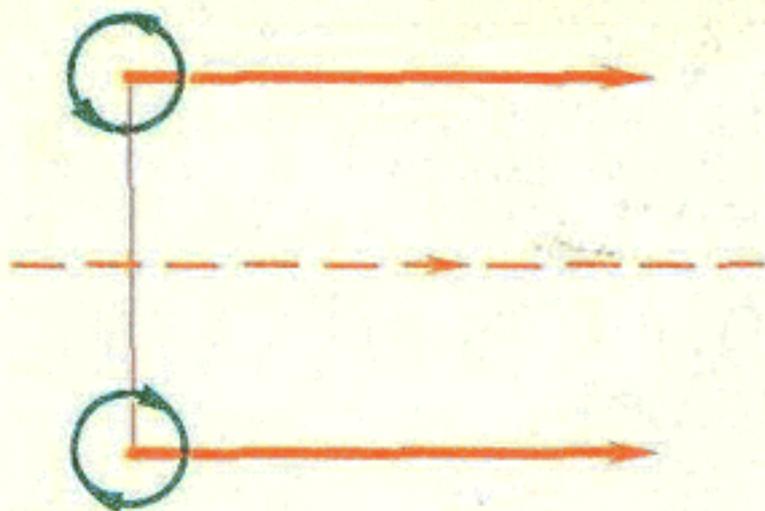


Рис. 5.

равны, то этот центр удалится бы в бесконечную даль, и оба шнура бежали бы вперед по направлению, перпендикулярному к прямой, соединяющей центры, как это видно из рисунка 5.

На рисунке 6 представлены траектории (пути) трех вихревых шнуров, из которых 1 и 2 вращаются против часовой стрелки, а 3 — по часовой стрелке.

Установленное нами понятие о прямом вихревом шнуре, заключенном в весьма широком цилиндрическом сосуде, распространяется на вихревые шнуры, зародившиеся в какой угодно массе жидкости. При этом вихревые шнуры могут разыскиваться с помощью составления циркуляций

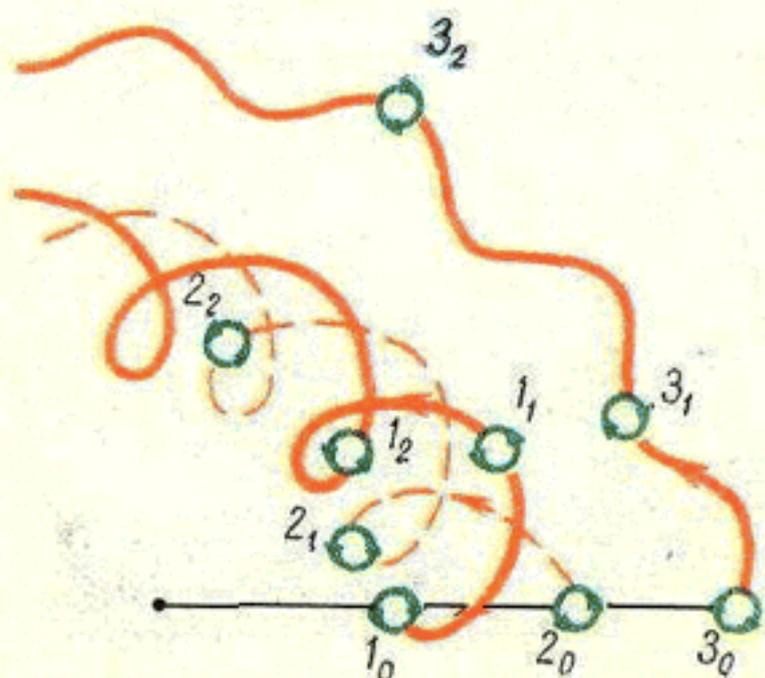


Рис. 6.

по замкнутым контурам, как это было пояснено для случая прямого шнура.

Если рассматривается идеальная жидкость без трения, находящаяся под действием сил, удовлетворяющих закону сохранения энергии, то для нее имеет место следующая замечательная теорема: циркуляция скорости, определенная для всякого замкнутого контура в жидкости, не изменяется с передвижением частичек жидкости, образующих контур.

Из этой теоремы следует, что частицы жидкости, образующие вихревой шнур, во все время движения будут образовывать вихревой шнур с тем же напряжением вихря. Никакого нового вихревого шнура в жидкости не может образоваться. Действительно, разыскивая вихревой шнур с помощью составления циркуляций по замкнутым контурам, мы будем находить по всем контурам, которые сначала не охватывали шнура, циркуляцию, равную нулю, а для всех контуров, охватывающих шнур, — прежнюю циркуляцию. Из этого мы должны заключить, что внутри выбранных нами контуров проходит вихревой шнур прежнего напряжения.

Из упомянутой теоремы следует также, что вихревой шнур во все

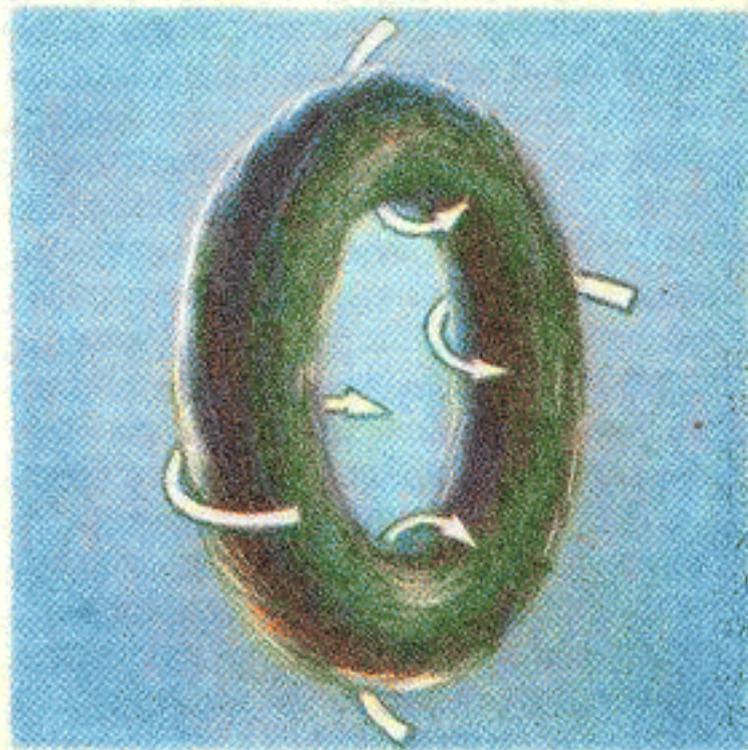


Рис. 7.

время движения либо будет лежать своими концами на границах жидкости (на стенках сосуда или на свободной поверхности), либо будет оставаться замкнутым.

В самом деле, для того чтобы сойти со стенок сосуда, основание вихря должно было бы уменьшиться в размерах до нуля; а так как циркуляция скорости по контуру основания должна оставаться неизменною, то схождение потребовало бы, чтобы скорость крутящейся жидкости у подошвы шнура возросла до бесконечности.

Гидродинамическое давление жидкости уменьшается при возрастании скорости. Поэтому при уменьшении основания вихря на стенке сосуда будет быстро уменьшаться давление в этом месте, и остальная масса жидкости будет надавливать на частицы конца вихревого шнура и препятствовать их схождению со стенки. Вихревой шнур, так сказать, присасывается своими концами к стенкам сосуда. Если конец шнура лежит на свободной поверхности, то подобное присасывание можно заметить по воронке, образующейся на свободной поверхности у «подошвы» шнура.

Если концы вихревого шнура не лежат на границах жидкости, то они должны быть между собою сомкнуты, и таким образом получается замкнутый вихревой шнур,— такой, в котором, так сказать, оба конца присасываются друг к другу.

Самый простой вид замкнутого вихревого шнура представляет вихревое кольцо, показанное на рисунке 7.

Все частицы жидкости, лежащие вне кольца, движутся при этом по замкнутым кривым, проходящим, сквозь кольцо так, что циркуляция скорости по всем этим кривым одинакова и равна циркуляции скорости на контуре поперечного сечения кольца. Переходя же внутрь кольца, мы будем получать для траекторий его частичек различные циркуляции. Скорости точек жидкости

самые большие на поверхности кольца. Они уменьшаются по мере удаления от этой поверхности внутрь кольца и равны нулю на некоторой осевой линии. Уменьшаются они также и по мере удаления от кольца в окружающую его массу жидкости. Для точек жидкости, значительно удаленных от кольца, скорости обратно пропорциональны кубам расстояния от кольца.

Мы видели, что зародившиеся в жидкой массе два прямых параллельных шнура, около которых жидкость крутится с равными напряжениями вихря в противоположные стороны, будут бежать по направлению, перпендикулярному к проведенной через них плоскости. По той же причине вихревое кольцо не будет оставаться неподвижным, а будет бежать по направлению, перпендикулярному к плоскости кольца, в ту сторону, в которую жидкость вытекает из кольца.

Мы видим на рисунке 7, что частицы жидкой массы, движущейся по верхним замкнутым траекториям, будут надавливать на нижний край кольца и двигать его вправо; точно так же частицы жидкой массы, движущиеся по нижним замкнутым траекториям, будут надавливать на верхний край кольца и тоже двигать его вправо. Все кольцо будет передвигаться равномерно в правую сторону, перенося за собою крутящуюся около него жидкость. Это движение будет тем быстрее, чем более напряжение вихря и чем менее размер кольца.

Мы сказали, что внутри идеальной жидкой массы зародившиеся вихревые шнуры должны всегда сохраняться, и новых шнуров образоваться не может. Между тем в природе мы часто видим зарождение и угасание вихрей. Это происходит оттого, что наши вода и воздух обладают некоторою степенью вязкости, вследствие которой вышеприведенные теоретические результаты несколько видоизменяются. С одной стороны, вихри могут зарождаться (преимущественно

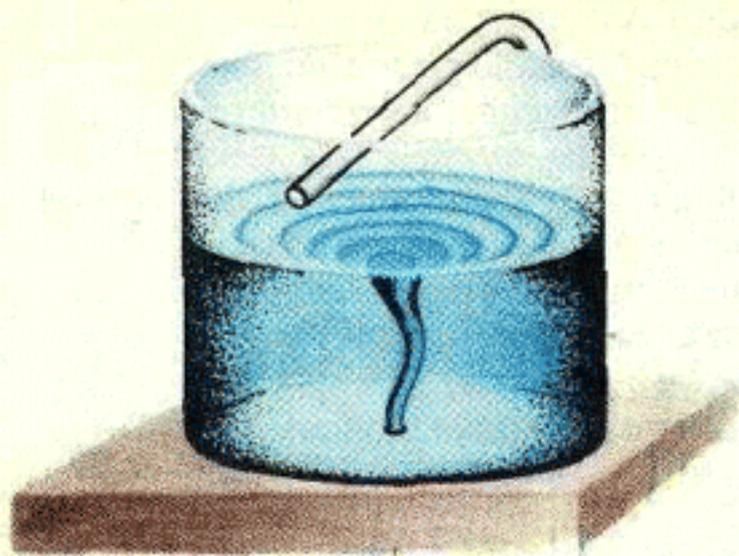


Рис 8

в тех местах, в которых происходит скольжение друг по другу двух слоев жидкости с различными скоростями), с другой стороны, зародившиеся вихри не сохраняются, а постепенно исчезают.

Образование прямых вихрей Гельмгольц демонстрировал одним прекрасным опытом, описанным в его речи о вихревых бурях. Мы здесь повторим этот опыт.

В дне цилиндрического сосуда (рис. 8) сделано небольшое отверстие, заткнутое пробкой. Сосуд наполнен водою. Посредством струй воздуха, направляемых трубкою на один край свободной поверхности воды, приводим жидкость в медленное вращательное движение. Жидкость начинает истекать из отверстия, подходя от краев сосуда к его оси. Так как циркуляции скорости по окружностям, проведенным из точки на оси цилиндра через одни и те же частицы жидкости, не должны изменяться со временем, то с уменьшением радиусов этих окружностей будет возрастать скорость частиц жидкости. Вращение жидкости по мере приближения к оси будет становиться все быстрее и быстрее, и мы заметим резко образовавшийся вихрь, над которым появится воронка, все более и более углубляющаяся.

Я покажу еще образование вихря посредством быстро вращающегося диска.

На рисунке 9 представлен прибор проф. Ф. Н. Шведова. Через дно стеклянного цилиндрического сосуда продета в сальнике вертикальная ось, оканчивающаяся небольшим диском. Эта ось посредством бесконечного ремня может быть приведена в быстрое вращение. В сосуд наливается вода и масло, которое всплывает поверх воды. Вращая диск, мы заметим, что вода постепенно приходит во вращение и образует над диском вихревой шнур, который замечается по воронке на поверхности раздела воды и масла. Эта воронка заполняется маслом, которое в виде нисходящего смерча спускается к диску. В тот момент, когда масло приходит в соприкосновение с диском, вся его масса разбрасывается по воде.

Еще более интересен способ образования прямых вихрей в воздухе. Воздух, находящийся над поверхностью воды, приводят во вращение с помощью особой быстро вращающейся крылатки, помещенной на некоторой высоте над водою (рис. 10). Воздушный вихрь захватывает по своей оси воду и поднимает ее в виде восходящего смерча до самой крылатки.

Вихревые кольца в воздухе демонстрируются с помощью прибора Тэта. Он состоит из ящика (рис. 11), задняя сторона которого затянута кожей, а в передней сделано отверстие с острыми краями. Форму от-

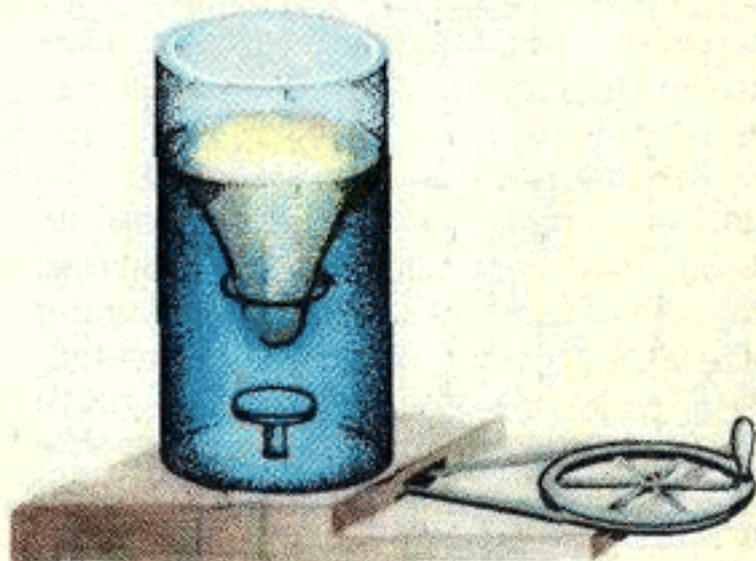


Рис. 9.

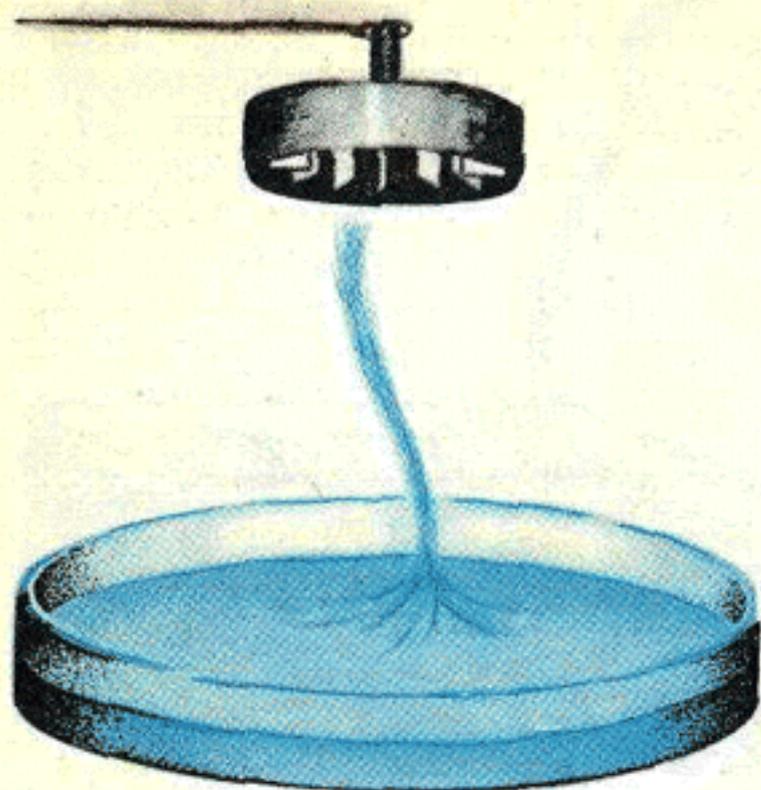


Рис 10.

верстия можно по желанию (пользуясь вставными пластинками) делать круглою, эллиптическою, четырехугольною и т. д.

В ящик ставят два сосуда: в один наливают соляную кислоту, а в другой нашатырный спирт. Вследствие этого в нем образуется густой туман от частичек хлористого аммония (нашатыря). Ударяя рукою или деревянным молотком по натянутой коже, мы быстро выталкиваем из ящика массу воздуха вместе с нашатырным туманом. Эта масса, скользя посреди окружающего неподвижного воздуха, увлекает его в вихревое движение, а сама закручивается в вихревое кольцо, которое будет хорошо заметно по наполняющему его туману. При этом понятно, что воздух около кольца будет вращаться так, что наблюдатель, глядящий на отверстие прибора, видит массу воздуха, выбегающую к нему из середины кольца. Из этого следует, что образовавшееся кольцо должно двигаться от отверстия прибора.

Мы показали на рисунках, каково будет взаимодействие нескольких прямолинейных вихрей. Следя за кольцами, выбегающими из при-

бора Тэта, вы можете усмотреть случаи взаимодействия вихревых колец. Вы видите, что кольца, подбегающие друг к другу боком, взаимно отталкиваются и проходят одно сквозь другое. Этот интересный случай подробно исследован теоретически Гельмгольцем. Он показал, что заднее кольцо должно уменьшаться в размерах и увеличивать свою скорость, а переднее кольцо должно увеличиться в размерах и уменьшать свою скорость. Это будет продолжаться до тех пор, пока заднее кольцо не пройдет сквозь переднее. После этого переднее кольцо делается задним, и явление повторяется. К сожалению, такую игру двух колец приходится наблюдать редко, только при особенно удачном их образовании.

То обстоятельство, что кольцо несет быстро крутящийся около него воздух, мы можем сейчас же обнаружить, направляя его на зажженную свечу. Вы видите, что свеча, стоящая на большом расстоянии от прибора, потухает всякий раз, как пламя ее задевается кольцом. Я помню, что во времена моей юности я задумался над объяснением причины, вследствие которой, стреляя пистолем из пистолета, можно тушить свечу на большом расстоянии. Теперь для меня ясно, отчего это происходит: из дула пистолета выбегает вихревое кольцо, которое может перемещаться довольно далеко не меняясь.

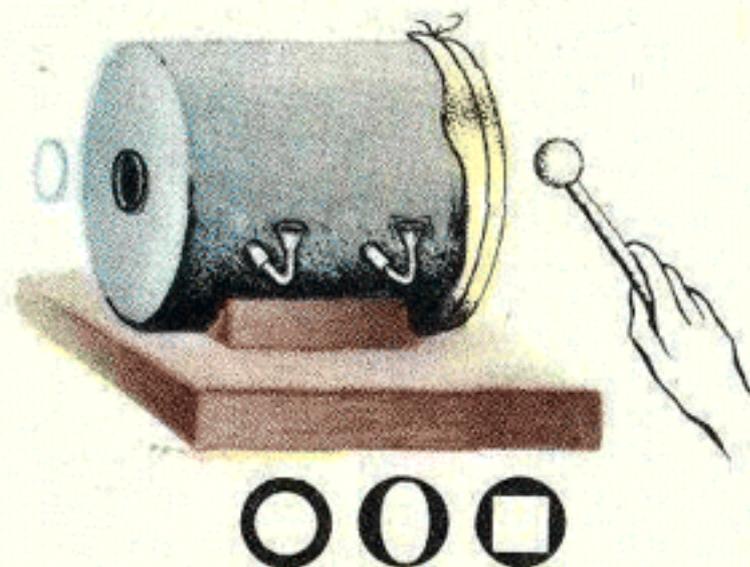


Рис 11

До сих пор кольца выпускались нами из круглого отверстия. Попробуем теперь образовать их из отверстия эллиптического и квадратного. Мы видим, что при этом кольца не сохраняют формы отверстия, но колеблются, стремясь перейти в круглое кольцо, которое является, таким образом, единственной устойчивой формой замкнутого вихревого шнура.

Рассмотрим теперь влияние на вихревые кольца посторонних предметов. Подводя к движущемуся кольцу твердые тела сбоку, мы видим, что они отталкивают кольцо. Но если кольцо бежит на параллельную его плоскости неподвижную плоскость, то оно, подходя к ней, все более и более увеличивается в размерах, так сказать, растекается по плоскости. Если мы дадим кольцу набежать на нож, плоскость которого проходит через ось кольца, то последнее разрежется ножом на два полукольца, концы которых будут скользить по поверхности ножа; но, пройдя эту поверхность, концы опять сомкнутся, и кольцо восстановится.

Кроме дымных колец в воздухе, можно еще наблюдать воздушные кольца в воде. Это интересное явление, кажущееся на первый взгляд парадоксальным, весьма просто объясняется тем, что вследствие центробежной силы значительно понижается давление на оси вихревого кольца. Если при образовании вихревого кольца мы введем в воду несколько пузырьков воздуха, они сейчас же заберутся в то место жидкости, где давление самое малое, то есть на ось кольца, и будут там удерживаться все время, пока кольцо движется вдоль имеющейся массы воды, несмотря на то, что воздух в 800 раз легче воды.

Я покажу здесь прибор для образования воздушных колец в воде, который представляет видоизменение прибора профессора Осборна Рейнольдса. Здесь имеется (рис. 12) большая стеклянная ванна, наполненная водою. В нее погружена изогнутая под прямым углом широкая стеклян-

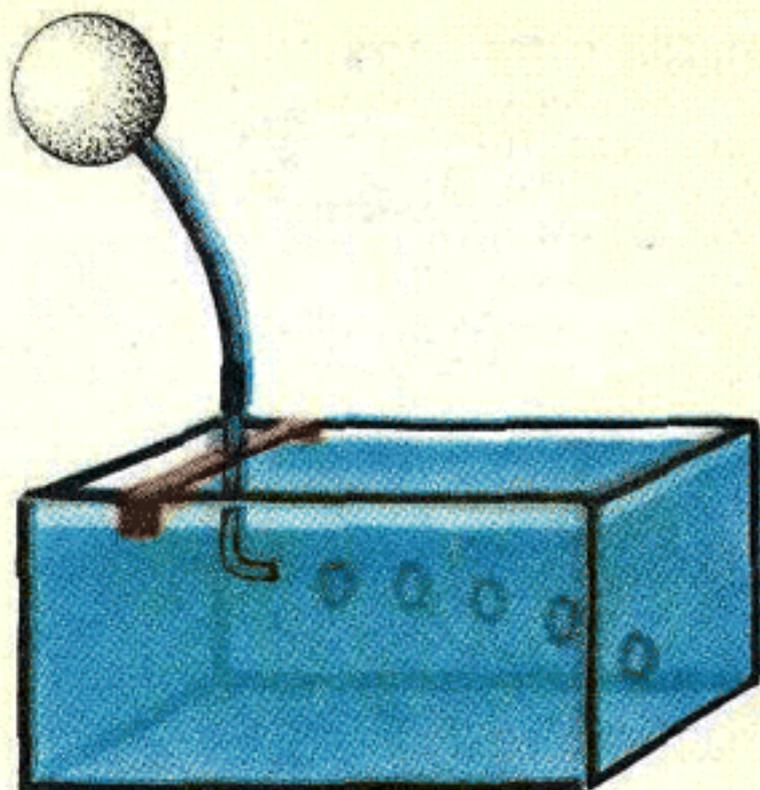


Рис. 12.

ная трубка. На верхний конец трубки, выходящий из воды, надевают рукав из резинового шарика, посредством которого можно вгонять в трубку воздух и выталкивать из нее воду. Быстро сдавливая шарик, выталкиваем из горизонтального колена трубки столбик воды и делаем это так, чтобы воздух почти достиг нижнего конца трубки, но не вышел из нее в большом количестве. Столбик воды, выбежав в спокойную окружающую жидкость, закручивается в вихревое кольцо. При этом вместе с водою будет вытолкнуто несколько пузырьков воздуха. Они, разбившись на мелкие пузырьки, расположатся по оси кольца. Вследствие этих пузырьков вихревое кольцо будет хорошо заметно: оно будет образовано как бы из блестящих зерен бисера. Пробегая вдоль всей ванны, кольца ударяются в противоположную стенку ее и здесь, расширяясь, пропадают.

Мы можем с помощью нашего прибора отчетливо демонстрировать отражение колец от свободной поверхности воды. Для этого стоит только повернуть трубку, чтобы она направилась своим нижним концом немного вверх. Кольцо, подбежав к свободной поверхности жидкости, от нее отра-

жается, причем угол падения равен углу отражения.

Так как действительные жидкости обладают вязкостью и трутся о стенки тех сосудов, в которых они движутся, они при своем движении постоянно заполняются вихревыми шнурами. Гельмгольц показал, что жидкую массу во всяком воображаемом движении можно рассматривать как непрерывно заполненную вихревыми шнурами, и дал средства исследовать движения этих шнуров.